EXPERIENCES IDENTIQUES ET INDEPENDANTES.

Définition

Soit n (n étant un entier naturel) expériences aléatoires identiques successives.
Ces expériences aléatoires identiques sont dites indépendantes lorsque la réalisation de l'une quelconque d'entre elles ne dépend pas de la réalisation des autres expériences.

Calcul de probabilité lors d'une répétition d'expériences identiques et indépendantes.

Dans le cas d'une répétition d'expériences identiques et indépendantes, une issue est une liste de résultats issus de cette répétition, et la probabilité de la liste est le produit des probabilités de chacun des résultats.
Dans le cas d'une répétition d'expériences identiques et indépendantes, on peut modéliser le calcul par un arbre pondéré.

p.289 : 18, 21, 25, p.291 : 26, 29	p.285 : 1, 2, p.289 : 17 , 19, p.294, 295

LOI DE BERNOULLI

Epreuve de Bernoulli.

C'est une expérience aléatoire n'ayant que deux issues possibles, que l'on nomme souvent succès et échec.
Si p est la probabilité du succès, alors q = 1 – p est celle de l'échec.

Loi de Bernoulli.

Dans une épreuve de Bernoulli on considère la variable aléatoire X qui associe 1 au succès et 0 à l'échec.

La loi de probabilité de X, appelée loi de Bernoulli de paramètre p est:

x_i	1	0
$p(X = x_i)$	p	$1-p$

Propriétés.

Soit une variable aléatoire X suivant la loi de Bernoulli de paramètre p :
$E(X) = p$; $V(X) = p(1-p)$; $\sigma(X) = \sqrt{p(1-p)}$

Exercice

On lance 1 dé non truqué. Le succès est obtenir 6.
Déterminer la loi de Bernoulli correspondante.

Schéma de Bernoulli.

On appelle schéma de Bernoulli l'expérience aléatoire consistant à effectuer successivement n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes, de probabilité de succès p.

p.310 : 8, 10	p.303 : 1, 2, p.310 : 9, 11

LOI BINOMIALE.

Loi Binomiale. Soit X une variable aléatoire indiquant le nombre de succès dans le cas d'un schéma de Bernoulli. Cette variable X suit la loi binomiale $\mathcal{B}\,(n\,,p)$ de paramètres *n* et *p*, où *n* est un nombre entier naturel représentant le nombre d'épreuves de Bernoulli effectuées et *p* est la probabilité du succès.

Pour tout nombre entier naturel *k* tel que $0 \leq k \leq n$: $\quad p\,(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$ avec $q = 1 - p$.

Le nombre $\binom{n}{k}$ est appelé coefficient binomial.

Il indique dans l'arbre pondéré le nombre de chemins réalisant *k* succès parmi les *n* épreuves de Bernoulli.

Propriétés. Soit une variable aléatoire X suivant la loi binomiale $\mathcal{B}\,(n\,,p)$:

$E\,(X) = np$; $V\,(X) = npq$; $\sigma\,(X) = \sqrt{npq}$

Exercice On lance 1 dé non truqué 5 fois de suite.

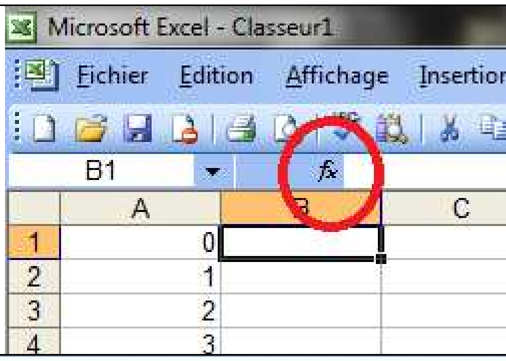
Quelle est la probabilité d'avoir obtenu 3 fois le 6 ? Représenter la loi de probabilité correspondante.

p.310 : 15, 18, 19, 23, 24 p.289 : 21	p.305 : 1, 2, p.310 : 13, 14

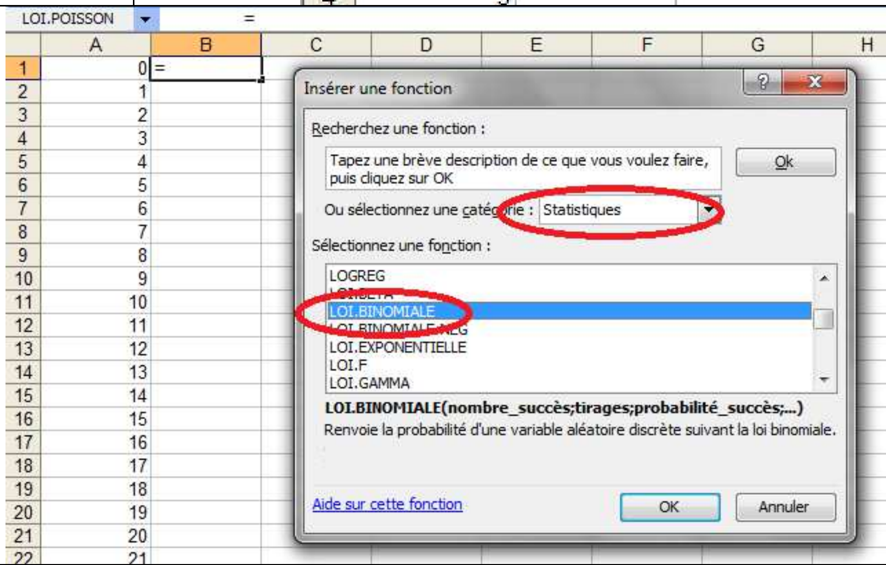
Loi binomiale et tableur.

Le calcul de $p(X=k)$ à l'aide d'un tableur est réalisé avec l'instruction: $\boxed{\text{=LOI.BINOMIALE(k;n;p;FAUX)}}$
Le calcul de $p(X \leq k)$ à l'aide d'un tableur est réalisé avec l'instruction: $\boxed{\text{=LOI.BINOMIALE(k;n;p;VRAI)}}$

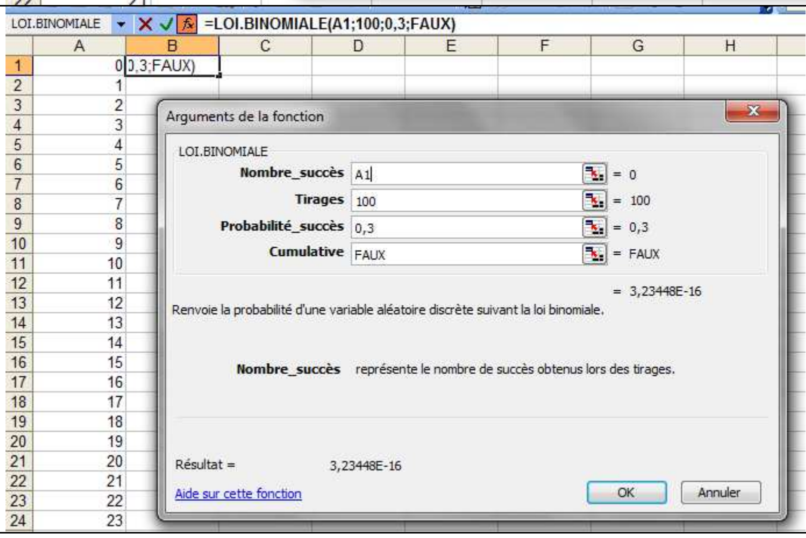
Pour insérer une commande de probabilité cliquer sur *fx*



Puis choisir *Statistiques* et LOI.BINOMIALE



Dans la boîte de dialogue, renseigner la case indiquant le nombre de succès, le nombre d'épreuves *n*, la probabilité du succès *p* puis FAUX ou VRAI



Propriétés des coefficients binomiaux

$\binom{n}{0} = 1$ et pour $1 \leq k \leq n$, $\binom{n}{k} = \dfrac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{1\times 2\times\ldots\times k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

Par convention 0! = 1

On a également : $\binom{n}{1} = n$, et $\binom{n}{n} = 1$

Pour $0 \leq k \leq n$, $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$ et $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

Triangle de Pascal

$n \setminus k$	0	1	2	3	4	5
0	1					
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1

p.311 : 29, p313 : 33, 36, 39, 42, 45, 48	p.307 : 1, 2, p.311 : 26, 28

Problèmes :

p.320 : 70	p.318, p.319

Devoir Maison

On partage un gâteau contenant n raisins secs en 8 parts égales. (On suppose que les raisins sont répartis au hasard)

1) Dans le cas où n = 10, quelle est la probabilité qu'une part donnée contienne exactement 4 raisins ?

2) Etant donné k ($0 \leq k \leq n$) ,

- Quelle est la probabilité qu'une part donnée contienne exactement k raisins ?
- Calculer la probabilité qu'une part donnée contienne au moins un raisin.

Comment faut-il choisir n pour qu'une part donnée contienne au moins un raisin sec avec une probabilité supérieure ou égale à 0,9 ?