

EXERCICE 1

Etablir en indiquant les étapes les tableaux de variations des fonctions suivantes :

$$1. f : x \mapsto \frac{3}{x-2} \text{ sur } \mathbf{R} - \{2\} \quad 2. f : x \mapsto \sqrt{x-5} \text{ sur } [5 ; +\infty[$$

$$3. f : x \mapsto 2 - \frac{1}{x+1} \text{ sur } \mathbf{R} - \{-1\} \quad 4. f : x \mapsto -2\sqrt{x} + 1 \text{ sur } [0 ; +\infty[$$

EXERCICE 2

Résoudre les équations et inéquations suivantes par la méthode de votre choix en vous justifiant :

$$a) |x-1|=4 \quad b) |x+2|=1 \quad c) |x-3| \leq 2 \quad d) |3x-5|=4 \quad e) |1-2x| > 4$$

EXERCICE 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbf{R} - \{2\}$ par $f(x) = \frac{-4x+3}{x-2}$

$$a) \text{ Vérifier que pour tout } x \text{ de } \mathbf{R} - \{2\} \quad f(x) = -4 - \frac{5}{x-2}$$

c) Etudier les variations de f

d) En utilisant l'écriture la mieux adaptée de $f(x)$

1. Démontrer $f(x) > -4$ pour tout $x \in]-\infty ; 2[$

2. Résoudre $f(x) \geq 0$

Correction

EXERCICE 1

1. $f : x \mapsto \frac{3}{x-2}$ sur $\mathbf{R} - \{2\}$

x	$-\infty$	2	$+\infty$	opération
$x-2$		0		-2
				
$\frac{1}{x-2}$				$x \mapsto \frac{1}{x}$
				
$\frac{3}{x-2}$				$\times 3$
				

2. $f : x \mapsto \sqrt{x-5}$ sur $[5 ; +\infty[$

x	5	$+\infty$	opération
$x-5$	0		-5
			
$\sqrt{x-5}$	0		$x \mapsto \sqrt{x}$
			

3. $f : x \mapsto 2 - \frac{1}{x+1}$ sur $\mathbf{R} - \{-1\}$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$	opération
$x+1$		0		+1
				
$\frac{1}{x+1}$				$x \mapsto \frac{1}{x}$
				
$-\frac{1}{x+1}$				$\times (-1)$
				
$2 - \frac{1}{x+1}$				+2
				

4. $f : x \mapsto -2\sqrt{x} + 1$ sur $[0 ; +\infty[$

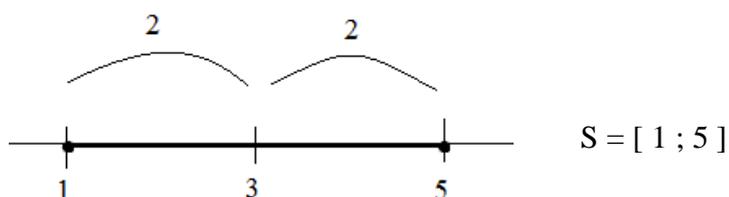
x	0	$+\infty$	opération
\sqrt{x}	0		$x \mapsto \sqrt{x}$
$-2\sqrt{x}$	0		$\times(-2)$
$-2\sqrt{x} + 1$	1		$+1$

EXERCICE 2

a) $|x-1|=4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=4 \\ \text{ou} \\ -x+1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ \text{ou} \\ x=-3 \end{cases} \quad S = \{-3; 5\}$

b) $|x+2|=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=1 \\ \text{ou} \\ -x-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ \text{ou} \\ x=-3 \end{cases} \quad S = \{-3; -1\}$

c) $|x-3| \leq 2 \Leftrightarrow d(x,3) \leq 2$



d) $|3x-5|=4 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5=4 \\ \text{ou} \\ -3x+5=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ \text{ou} \\ x=\frac{1}{3} \end{cases} \quad S = \left\{3; \frac{1}{3}\right\}$

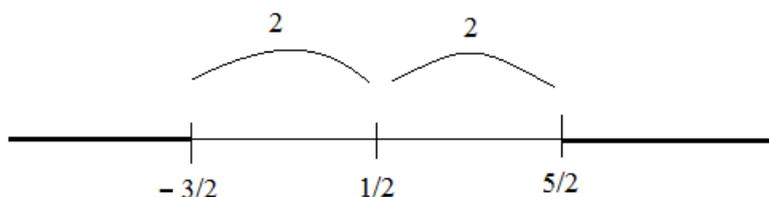
e) $|1-2x| > 4$

$\Leftrightarrow \left|(-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)\right| > 4$

$\Leftrightarrow |-2| \times \left|x-\frac{1}{2}\right| > 4$

$\Leftrightarrow \left|x-\frac{1}{2}\right| > 2$

$\Leftrightarrow d\left(x; \frac{1}{2}\right) > 2$



$S =]-\infty; -\frac{3}{2}[\cup]\frac{5}{2}; +\infty[$

EXERCICE 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbf{R} - \{ 2 \}$ par $f(x) = \frac{-4x+3}{x-2}$

a) $-4 - \frac{5}{x-2} = -4 \times \frac{x-2}{x-2} - \frac{5}{x-2} = \frac{-4x+8-5}{x-2} = \frac{-4x+3}{x-2} = f(x)$

b)

x	$-\infty$	2	$+\infty$	opération
$x-2$		0		-2
$\frac{1}{x-2}$				$x \mapsto \frac{1}{x}$
$-\frac{5}{x-2}$				$\times(-5)$
$-4 - \frac{5}{x-2}$				-4

c)

1. Pour tout $x \in]-\infty ; 2 [$, $x-2 < 0$, on a donc $-\frac{5}{x-2} > 0$ et donc $-4 - \frac{5}{x-2} > -4$

2.

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	2	$+\infty$
$-4x+3$	$+$	0	$-$	$-$
$x-2$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{-4x+3}{x-2}$	$-$	0		$-$

$$S = \left[\frac{3}{4}; 2 \right[$$