1S Travail en autonomie Vecteurs 2

Exercice 1

Soit ABC un triangle non aplati. On définit D et E tels que $2\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$ et $2\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$

On se place dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

1. Donner les coordonnées des points A, B et C.
2. Calculer les coordonnées des points E et D.
3. Démontrer que les droites (BC) et (ED) sont parallèles.
4. Déterminer les coordonnées du point G vérifiant $-2\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$.
5. Soit I le pont défini par $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AG}$ Démontrer que $GBIC$ est un parallélogramme.

Exercice 2

Soit ABC un triangle non aplati.

1. Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = 3\,\overrightarrow{AB} - 2\,\overrightarrow{AC}$
2. On se place dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$
   a) Quelles sont les coordonnées de B, C et D dans ce repère ?
   b) Démontrer que les points B, C et D sont alignés.

Exercice 3

Soit ABC un triangle non aplati.

1. Placer les points M et N tels que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$
2. On se place dans le repère $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.
   a) Quelles sont les coordonnées de M et N dans ce repère ?
   b) Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Correction

Exercice 1.

1. $A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(0;1)$

2. $2\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_E-1)=0 \\ 2(y_E-1)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E=1 \\ y_E=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ donc $E\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$

$2\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_D-0)=1 \\ 2(y_D-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=\dfrac{1}{2} \\ y_D=1 \end{cases}$ donc $D\left(\dfrac{1}{2};1\right)$

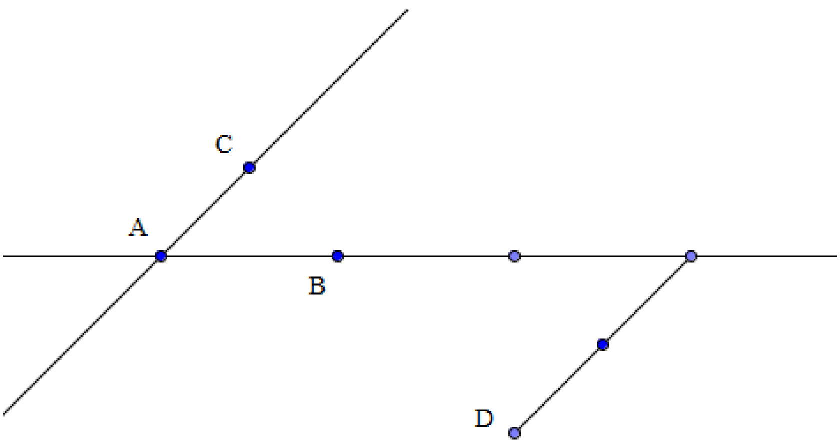
3. $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{ED}\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{2}\\\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$ On a $(-1)\times\dfrac{1}{2}-1\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$ donc $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{ED}$ sont colinéaires donc les droites (BC) et (ED) sont parallèles.

4. $-2\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -2(0-x_G)-(1-x_G)-(0-x_G)=0 \\ -2(0-y_G)-(0-y_G)-(1-y_G)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G=\dfrac{1}{4} \\ y_G=\dfrac{1}{4} \end{cases}$ donc $G\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4}\right)$

5. I étant défini par $\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AG}$, on a $I\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4}\right)$.

On a $\overrightarrow{GB}\begin{pmatrix}\dfrac{3}{4}\\-\dfrac{1}{4}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CI}\begin{pmatrix}\dfrac{3}{4}\\-\dfrac{1}{4}\end{pmatrix}$. $\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{CI}$ donc $GBIC$ est un parallélogramme.

Exercice 2.

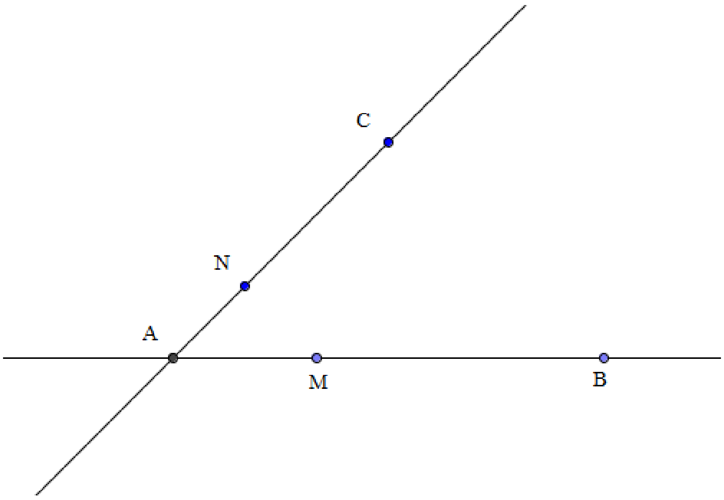


2. a) $B(1;0)$, $C(0;1)$, $D(3;-2)$

b) $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$.

On a $\overrightarrow{BD}=-2\overrightarrow{BC}$, les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont donc colinéaires et les points B, C et D alignés.

<u>Exercice 3.</u>



2. a) $M(\frac{1}{3};0)$, $N(0;\frac{1}{3})$

b) $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

On a $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont donc colinéaires et les droites (MN) et (BC) sont parallèles.