# VOCABULAIRE DES PROBABILITES

Un sac contient 7 numéros: 4 rouges $R_1$ , $R_2$ , $R_3$ ,$R_4$ et 3 blancs $B_5$ , $B_6$ , $B_7$ .
On tire au hasard un numéro du sac.

| Vocabulaire | Signification | Exemples |
|---|---|---|
| Expérience aléatoire ou épreuve | Expérience dont le résultat n'est pas prévisible parmi des résultats possibles | Tirer un numéro du sac |
| Eventualité | Issue possible de l'épreuve | Tirer $R_3$ |
| Univers $\Omega$ | Ensemble de toutes les éventualités issues de l'épreuve | $\Omega = \{R_1, R_2, R_3, R_4, B_5, B_6, B_7\}$ |
| Evénement | Ensemble des éventualités liées à une action, une situation.C'est une partie de l'univers | A: ‘‘ Obtenir un numéro impair ’’<br>$A= \{R_1, R_3, B_5, B_7\}$<br>B: ‘‘ Obtenir un numéro rouge ’’<br>$B = \{R_1, R_2, R_3, R_4\}$ |
| Evénement élémentaire | Evénement n'ayant qu'une seule éventualité | C: ‘‘ Obtenir le numéro 7 ’’<br>$C = \{B_7\}$ |
| Evénement certain | Evénement contenant toutes les éventualités de l'épreuve | D: ‘‘ Obtenir un numéro inférieur à 10 ’’<br>$D = \Omega$ |
| Evénement impossible | Evénement qui ne se réalise jamais | E: ‘‘ Obtenir un numéro vert ’’<br>$E = \varnothing$ |
| Intersection d'événements $A \cap B$ | Evénement formé par l'ensemble des éventualités communes à A et à B | $A \cap B$: ‘‘ Obtenir un numéro impair et rouge ’’<br>$A \cap B = \{R_1, R_3\}$ |
| Réunion d'événements $A \cup B$ | Evénement formé par l'ensemble des éventualités de A ou de B | $A \cup B$: ‘‘ Obtenir un numéro impair ou rouge ’’<br>$A \cup B = \{R_1, R_2, R_3, R_4, B_5, B_7\}$ |
| Evénements incompatibles ( ou disjoints ) | Evénements n'ayant aucune éventualité commune. Leur intersection est vide | F: ‘‘ Obtenir un numéro blanc’’<br>G: ‘‘ Obtenir $R_3$ ’’<br>$F \cap G = \varnothing$ |
| Evénements contraires A et $\overline{A}$ | Evénements incompatibles dont la réunion forme l'univers | $\overline{A}$ : ‘‘ Obtenir un numéro pair ’’<br>$\overline{A} = \{R_2, R_4, B_6\}$ |

# PROBABILITES

## Définition

Définir une probabilité, liée à une épreuve sur un univers $\Omega$ , c'est associer à chaque événement un nombre compris entre 0 et 1 tel que:

- la somme des probabilités des événements élémentaires est égale à 1
- la probabilité d'un événement est égale à la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent.

## Propriétés

Soit A et B deux événements de $\Omega$ .

- $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$
- $p(\emptyset) = 0$
- $p(\Omega) = 1$
- Si $A \subset B$ alors $p(A) \leq p(B)$
- $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
- Si A et B sont incompatibles $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$
- Si $A_1, A_2, \ldots, A_n$ est un système d'événements deux à deux incompatibles alors :

  $$p\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} p(A_i)$$

- Si $A_1, A_2, \ldots, A_n$ est un système complet d'événements alors $\sum_{i=1}^{n} p(A_i) = 1$

## Equiprobabilité ( Loi équirépartie )

Lors d'une épreuve, si toutes les éventualités ont la même chance d'apparaître, il y a équiprobabilité.

Dans le cas d'équiprobabilité : $p(A) = \dfrac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}} = \dfrac{\text{Card } A}{\text{Card } \Omega}$

| | |
|---|---|
| p.60, p.74 : 4, 5, 6, 7, 8, 9, 14, 18, 19, 21 | p.65 : 1, p.75 : 15, 20 |

## PROBABILITE CONDITIONNELLE D'UN EVENEMENT

Il s'agit de calculer la probabilité d'un événement B, sachant qu'un événement A s'est réalisé.

### Activité

Dans une population donnée, 15 % des individus ont une maladie Ma. Parmi les individus atteints par la maladie Ma, 20 % ont une maladie Mb et parmi les individus non atteints par la maladie Ma, 4 % ont la maladie Mb. On choisit un individu au hasard et on considère les événements:

A : ‘‘ L'individu est atteint par la maladie Ma ’’

B : ‘‘ L'individu est atteint par la maladie Mb ’’

- Donner les valeurs de $p(A)$ , $p_A(B)$, $p_{\overline{A}}(B)$
- Calculer $p(B)$ , $p_B(A)$

# PROBABILITES.



## Définition.

Soit A et B deux événements, A étant de probabilité non nulle.
On appelle probabilité de B sachant que A est réalisé ( ou de B sachant A ) le réel noté $p_A(B)$ ou $p(B/A)$ défini par :

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

La probabilité sachant A est appelée aussi probabilité conditionnelle à A.

## Probabilité d'une intersection.

Soit p une probabilité sur un univers $\Omega$ et soit A et B deux événements de probabilité non nulle.
$p(A \cap B) = p(B) \times p_B(A)$ et $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$

| | |
|---|---|
| p.74 : 10, 11, 12, 13, p.77 : 25, 26, 28, 37, 38, 43, 49 | p.69 : 3, p.77 : 24, 29 |

## Indépendance de deux événements.

Soit p une probabilité sur un univers $\Omega$.
Deux événements A et B de probabilités non nulles sont indépendants lorsque la réalisation de l'un ne modifie pas la probabilité de réalisation de l'autre. On a alors:
$p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ et aussi $p(A) = p_B(A)$ et $p(B) = p_A(B)$.

L'événement certain ( $\Omega$ ) est indépendant de tous les autres, ainsi que l'événement impossible ( $\varnothing$ ).

| | |
|---|---|
| p.78 : 33 | p.67 : 2, p.78 : 32 |

## Exercices

| | |
|---|---|
| p.22 : 5, 6, 7, 19, 21, 24, 25, 26, 34, 36, 38, 41, 42, 44, 45, 49 | p.15 : 1, 2 ; p.23 : 20 ; p.25 : 33, 35, 37, 39, 46 |

## TICE

| | |
|---|---|
| p.71 : 2 | |

## Problèmes

| | |
|---|---|
| p.78 : 31, 51, 52, 53, 54, 62, 65<br>DM : p.83 : 52 | p.81 : 47, 48 |

| | | |
|---|---|---|
| QCM : p.73, p.81 :45, 61 | A retenir : p.72 | Pour réussir : p.86 |