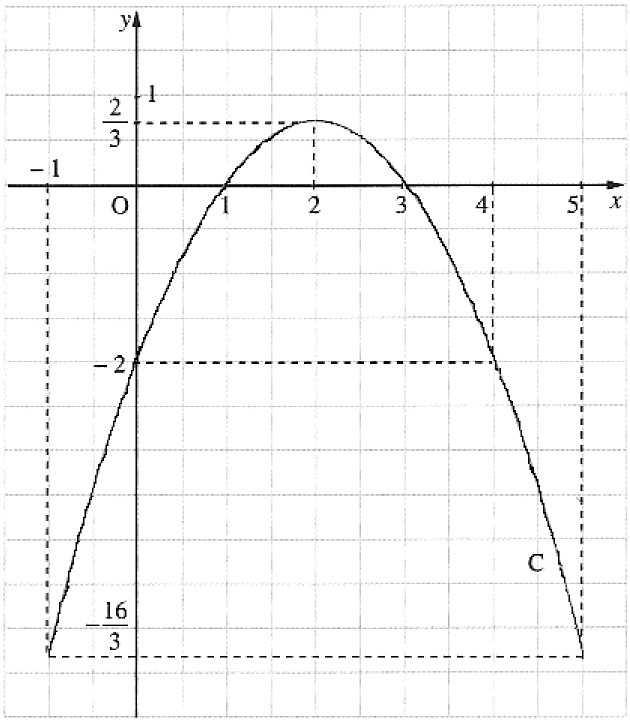
DERIVATION

Rappels et généralités sur les fonctions.

Activité 1

Le plan est muni du repère orthonormal (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) .
Soit f la fonction définie sur l'intervalle [–1, 5], dont on donne le courbe C :



1. Utiliser ce graphique pour déterminer les valeurs de $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$, $f(5)$.

2. Dans quel intervalle varie $f(x)$ lorsque x varie dans l'intervalle [–1, 5] ?

3. Résoudre graphiquement dans l'intervalle [–1, 5] les équations suivantes

A) $f(x) = 0$ B) $f(x) = -2$ C) $f(x) = 1$ D) $f(x) = \frac{2}{3}$

4 a) Déterminer graphiquement pour quelles valeurs de x comprises entre – 1 et 5, le nombre $f(x)$ est positif.
b) En déduire, dans un tableau, le signe de $f(x)$ lorsque x varie dans l'intervalle [–1, 5]

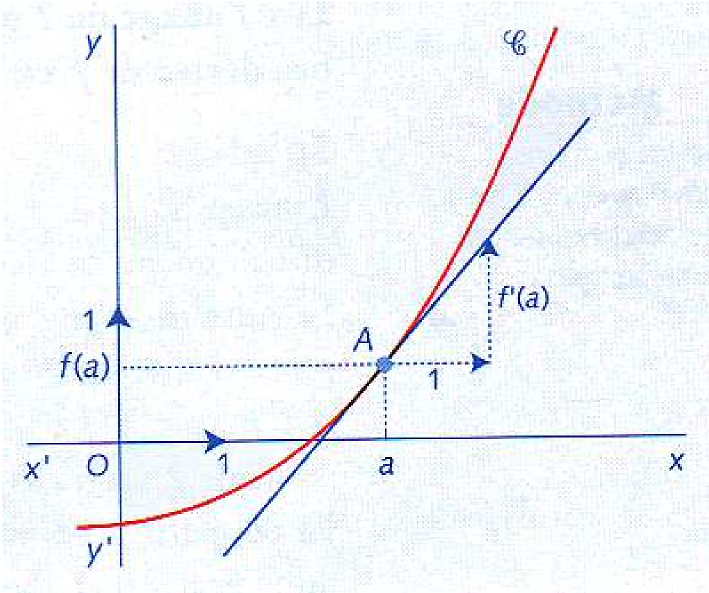
5. Donner le tableau de variation de f sur l'intervalle [–1, 5].
Pour quelle valeur de x la fonction f admet-elle un maximum?

DERIVATION

Rappels : Le nombre dérivé

Le nombre dérivé de f en a noté $f'(a)$ représente la pente (c'est à dire le coefficient directeur) de la droite tangente à la courbe représentative de f au point A (a ; $f(a)$).

Dans ce cas la tangente a pour équation :
$y = f'(a)(x - a) + f(a)$.



p.90, p.104 :5	

Fonction dérivée.

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I, on appelle fonction dérivée de f, la fonction notée f' qui, à tout x de I associe le nombre dérivé de f au point x : $f'(x)$.

Dérivées usuelles:

(k est un réel , n un entier relatif non nul)

$f(x)$	k	$mx+p$	x^2	x^3	$\frac{1}{x}$	$\sqrt{x}$
$f'(x)$	0	m	$2x$	$3x^2$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
Intervalle de validité	$]-\infty;+\infty[$	$]-\infty;+\infty[$	$]-\infty;+\infty[$	$]-\infty;+\infty[$	$]-\infty;0[$ ou $]0;\infty[$	$]0;+\infty[$

Opérations sur les dérivées:

(k est un réel, u et v sont des fonctions dérivables sur un intervalle I de $\boldsymbol{R}$)

Fonction	$u + v$	$k\,u$
Fonction dérivée	$u' + v'$	$k\,u'$

p.104 : 6, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 24, 26, 28	p.95 : 1, 2, p.105 : 14, 18, 25, 27, 30, 53

DERIVATION

Etude du sens de variation d'une fonction.

Fonctions monotones sur un intervalle.

Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.

- Si pour tout x dans I, $f'(x) \geq 0$, alors f est croissante sur I.
- Si pour tout x dans I, $f'(x) \leq 0$, alors f est décroissante sur I.
- Si pour tout x dans I, $f'(x) > 0$, alors f est strictement croissante sur I.
- Si pour tout x dans I, $f'(x) < 0$, alors f est strictement décroissante sur I.
- Si pour tout x dans I, $f'(x) = 0$, alors f est constante sur I.

Lorsqu'une fonction ne change pas de variation sur un intervalle, on dit qu'elle est monotone sur cet intervalle.

Extremum local d'une fonction.

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I et x_0 un élément de I.
Si f' s'annule en x_0, en changeant de signe, alors $f(x_0)$ est un extremum local
(minimum ou maximum)
Si $f(x_0)$ est un extremum local, alors $f'(x_0) = 0$

Tableau de variation.

L'ensemble des résultats obtenus par l'étude des variations d'une fonction se regroupe dans le tableau de variation de la fonction.

p.104 : 8, 9, 10, 11, 32, 35, 37, 39, 42	p.97 : 3, p.106 : 33, 36, 45, 57

Position de la courbe par rapport à une tangente.

Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I et C sa courbe représentative.

Lorsque, sur I, la courbe C est au-dessus de ses tangentes :
* Si f est décroissante, alors elle décroît de moins en moins vite
* Si f est croissante, alors elle croît de plus en plus vite

Lorsque, sur I, la courbe C est au-dessous de ses tangentes :
* Si f est décroissante, alors elle décroît de plus en plus vite
* Si f est croissante, alors elle croît de moins en moins vite

p.104 : 12, p.108 : 50	p.99 : 4

DERIVATION

Exercices

p.106 : 31, 49, 54, 56, 59	

TICE

p.100 : 1	

Problèmes

p.110 : 60, 63, 67, 72, 82, 85 DM : p.120 : 84	p.111 : 62, 70

QCM : p.103, p.105 : 23, p.107 : 41, 51, 69	A retenir : p.102	Pour réussir : p.118