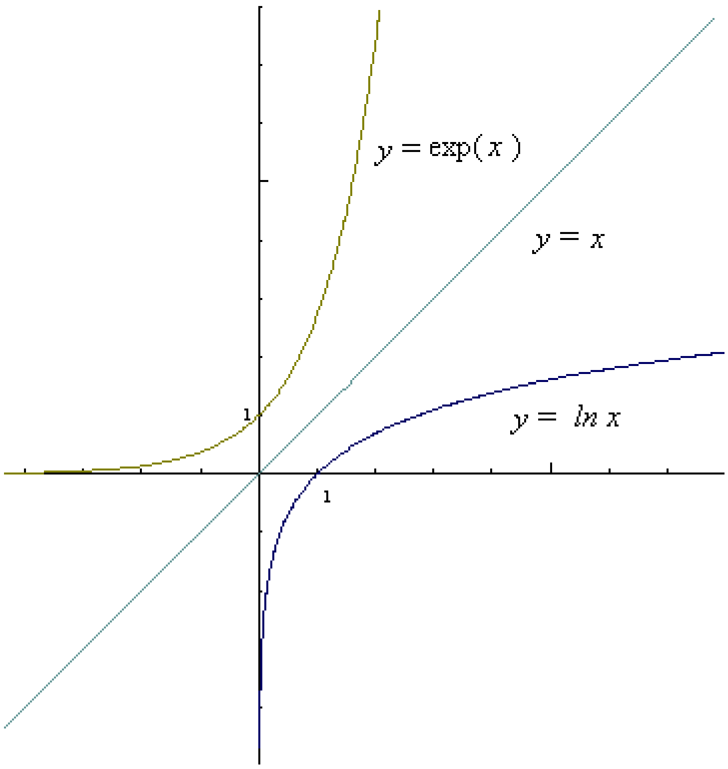
FONCTIONS EXPONENTIELLES

Définition.

La fonction ln: $x \mapsto \ln x$ est une fonction strictement croissante sur $]\,0; +\infty[$, elle admet donc une fonction réciproque définie sur $\boldsymbol{R}$ à valeurs dans $]\,0; +\infty[$.
La fonction réciproque de la fonction logarithme népérien est la fonction exponentielle :
exp : $x \mapsto \exp(x) = e^x$.

Conséquences de la définition.
La courbe représentative de la fonction exponentielle est la symétrique de la courbe représentative de la fonction logarithme népérien par rapport à la droite d'équation $y = x$.



Propriétés algébriques.

- Pour tout réel x on écrit : $\exp(x) = e^x$
- Pour tout réel x , $e^x > 0$
- Pour tout réel $x > 0$, $e^{\ln x} = x$ et pour tout réel x , $\ln e^x = x$
- Pour tout réel $x > 0$ et pour tout réel y , : $y = \ln x$ si et seulement si $x = e^y$.
- Pour tous réels x et y : $e^{x+y} = e^x \times e^y$
- Pour tout réel x : $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$
- Pour tous réel x et y : $e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$
- Pour tout réel x et pour tout entier naturel n : $(e^x)^n = e^{nx}$

EQUATIONS INEQUATIONS

Equation $e^a = b$ La fonction exponentielle étant strictement croissante sur ***R***, pour chaque nombre réel strictement positif b, l'équation $e^a = b$ admet une solution unique dans ***R*** : $a = \ln b$

Inéquation $e^a < b$ La fonction exponentielle étant strictement croissante sur ***R***, l'inéquation $e^a < b$ avec b réel strictement positif, équivaut à $a < \ln b$ (idem avec $>$; $\leq$; $\geq$)

Equation $e^a = e^b$ La fonction exponentielle étant strictement croissante sur ***R***, l'équation $e^a = e^b$ équivaut à $a = b$.

Inéquation $e^a < e^b$ La fonction exponentielle étant strictement croissante sur ***R***, l'inéquation $e^a < e^b$ équivaut à $a < b$. (idem avec $>$; $\leq$; $\geq$)

p.173 : 3, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17	p.173 : 1, 2, 4, 6, 9, 15

Etude de la fonction .

$$\exp : \boldsymbol{R} \to \,]0; +\infty[$$
$$x \mapsto e^x$$

La fonction exponentielle est définie sur ***R***.

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$; $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$; la droite d'équation $y = 0$ est asymptote à la courbe en $-\infty$

Fonction dérivée :
La fonction exp est dérivable sur ***R*** et $(\exp)'(x) = \exp(x)$,
La fonction exp est strictement croissante sur ***R***

Limites à connaître: Pour tout entier naturel n: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$

p.174 : 20 à 23, 26 p.175 : 33, 34, 35	p.162 : ER1 ; p.174 : 18, 19 p.175 : 29 à 31

Fonctions de la forme e^u

Limites.

Soit u une fonction définie sur un intervalle I de $\boldsymbol{R}$.
a peut être soit un réel , soit $+\infty$ soit $-\infty$

Si $\lim\limits_{x\to a} u(x) = b$ (b réel) alors $\lim\limits_{x\to a} e^{u(x)} = e^b$

Si $\lim\limits_{x\to a} u(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{x\to a} e^{u(x)} = +\infty$

Si $\lim\limits_{x\to a} u(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x\to a} e^{u(x)} = 0$

p.175 : 27, 28	p.163 ER2 ; p.175 : 24

Dérivée.

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I, la fonction e^u est dérivable sur I et on a (e^u)' = u' e^u .

p.176 : 36, 37, 38 (sauf f) , 39	p.163 ER3 ; p.175 : 32, 39

Primitives.

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I, une primitive sur I de la fonction $x \mapsto u'(x)e^{u(x)}$ est la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$.

p.176 : 41, 45 à 49	p.164 ER4 ; p.176 : 40, 42, 43, 44

Problèmes.

p.177 : 51, 52, 53, 56, 59, 60 p.186 : 86, 88, 91	p.176: 50 p.186 : 84 DM : 95 p.190

Fonctions de la forme $\boldsymbol{a^x}$

Soit a un réel strictement positif, différent de 1.
La fonction définie sur $\boldsymbol{R}$ par $x \mapsto a^x$ est appelée fonction exponentielle de base a.

Pour tout réel x, on pose $a^x = e^{x\ln a}$

p.179 : 61, p.180 : 63, 65, 66 ; p.176 : 38f	p.179 : 62, 64