

Définition: La fonction logarithme népérien, notée \ln , est la primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$, définie sur $]0 ; +\infty[$ et qui prend la valeur 0 pour $x = 1$.

Etude de la fonction. $\ln :]0 ; +\infty[\rightarrow \mathbf{R}$
 $x \mapsto \ln x$

La fonction logarithme népérien est définie, continue et dérivable sur $]0 ; +\infty[$

Limites: $\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$.

La courbe représentative de la fonction présente une asymptote verticale d'équation $x = 0$.

Fonction dérivée: $\ln'(x) = \frac{1}{x}$

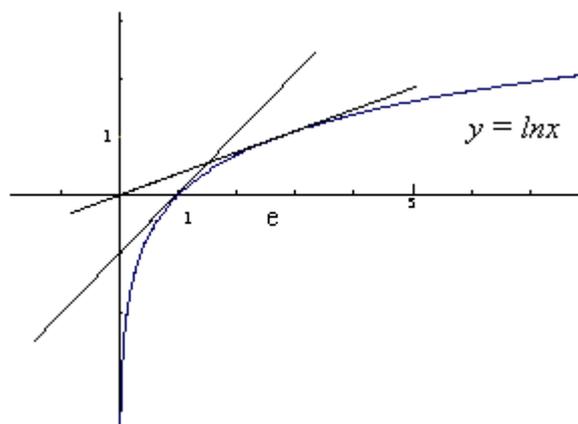
Variations : La fonction est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$.

La fonction \ln étant strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$, et $\ln 1 = 0$, on en déduit :

Lorsque $0 < x < 1$: $\ln x < 0$ et lorsque $x > 1$: $\ln x > 0$

Valeurs particulières : $\ln 1 = 0$; $\ln e = 1$ (avec $e = 2,71828\dots$)

Courbe représentative:



Limites à connaître: n étant un nombre entier naturel non nul

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0 .$$

p.139 : 13, 14
 p.140 : 24, 25

p.139 : 9 à 12
 p.140 : 19, 20, 21

Propriétés: a et b étant des réels strictement positifs et n un entier relatif.

$\ln ab = \ln a + \ln b$	$\ln \frac{1}{a} = -\ln a$	$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$	$\ln(a^n) = n \ln a$	$\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$
--------------------------	----------------------------	-----------------------------------	----------------------	------------------------------------

Equations et inéquations.

Equation $\ln x = m$.

La fonction \ln étant strictement croissante de $]0; +\infty[$ sur \mathbf{R} , pour chaque nombre réel m , l'équation $\ln x = m$ admet une solution unique dans $]0; +\infty[$. On note e^m la solution de l'équation $\ln x = m$.

Equation $\ln a = \ln b$ avec $a > 0$ et $b > 0$.

La fonction \ln étant strictement croissante de $]0; +\infty[$ sur \mathbf{R} , l'équation $\ln a = \ln b$ équivaut à $a = b$.

Inéquation $\ln a < \ln b$ avec $a > 0$ et $b > 0$.

La fonction \ln étant strictement croissante de $]0; +\infty[$ sur \mathbf{R} , l'équation $\ln a < \ln b$ équivaut à $a < b$.
(idem avec $>$; \leq ; \geq)

p.138 : 2, 3, 5, 7, 18 p.141 : 45, 47	p.138 : 1, 4, 6 p.141 : 44, 46 p.126 ER4
------------------------------------------	---------------------------------------------

Fonctions de la forme $\ln(u(x))$ Limites.

Soit u une fonction définie sur un intervalle I de \mathbf{R} avec $u(x) > 0$ sur I .

a peut être soit un réel, soit $+\infty$ soit $-\infty$

Si $\lim_{x \rightarrow a} u(x) = b$ (b réel strictement positif) alors $\lim_{x \rightarrow a} \ln(u(x)) = \ln b$

Si $\lim_{x \rightarrow a} u(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow a} \ln(u(x)) = +\infty$

Si $\lim_{x \rightarrow a} u(x) = 0$ alors $\lim_{x \rightarrow a} \ln(u(x)) = -\infty$

p.139 : 16, 17	p.139 : 15 ; p.124 : ER1
----------------	--------------------------

Dérivée: Soit u une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle I , la fonction

$\ln(u) : x \mapsto \ln(u(x))$ est dérivable sur I : $\ln'(u(x)) = \frac{u'(x)}{u(x)}$

p.140 : 26, 27, 28, 29, 45, 47	p.124 : ER2, ER3 ; 23 p.140
--------------------------------	-----------------------------

Primitives : Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et telle que, pour tout x élément de I ,

$u(x) \neq 0$. Alors la fonction $f = \frac{u'}{u}$ admet des primitives sur I , et ces primitives sont de la forme :

$x \mapsto \ln(|u(x)|) + c$, avec c réel.

p.141 : 36 à 41	p.140 : 30 à 35 ; p.124 : ER3
-----------------	-------------------------------

Fonction logarithme décimal

La fonction logarithme décimal est la fonction, notée log, définie sur] 0 ; +∞ [par :

$$\log : x \mapsto \log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$$

Fonction logarithme de base 2

La fonction logarithme de base 2 est la fonction, notée log₂, définie sur] 0 ; +∞ [par :

$$\log_2 : x \mapsto \log_2 x = \frac{\ln x}{\ln 2}$$

p.144 : 55, 54, 52, 53	
------------------------	--

Logiciels et algorithmique

p.130 : TP1 p.132 : TP2 p.153 : 80	p.153 : 82 ou 83
------------------------------------------	------------------

Problèmes.

p.141 : 42 ; p.148 : 64, 65, 67, 74, 75, 78	p.149 : 69, 71 DM : p.150 : 70
---------------------------------------------	-----------------------------------