PRIMITIVES

Primitives d'une fonction sur un intervalle.

Soit *f* et *F* deux fonctions définies sur un intervalle I. Dire que *F* est une primitive de *f* sur I signifie que *F* est dérivable sur I et que, pour tout *x* de I, $F'(x) = f(x)$.

Exemple : Soit *f* la fonction définie sur ***R*** par : $f(x) = 3x^2 - 10x + 7$.
La fonction *F* définie sur ***R*** par : $F(x) = x^3 - 5x^2 + 7x + 9$ est une primitive de *f* sur ***R*** car, pour tout *x* de ***R***, $F'(x) = f(x)$.

Toute fonction définie et continue sur un intervalle I admet sur cet intervalle une infinité de primitives qui diffèrent d'une constante.

Exemple : la fonction *G* définie sur ***R*** par $G(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - \sqrt{2}$ est aussi une primitive de *f* sur ***R***.

Si une fonction *f* admet une primitive sur un intervalle I, il existe une primitive et une seule de *f* sur I qui prend une valeur donnée en un point donné de I.

Primitives usuelles.

(k est un réel, $\alpha \neq -1$, *n* un entier relatif non nul et différent de –1)

$f(x)$	k	x^n	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$F(x)$	k x + c	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$ + c	$-\frac{1}{x}$ + c	$\sqrt{x}$ + c
Intervalle de validité	***R***	***R*** si $n > 0$ $]-\infty; 0[$ ou $]0; +\infty[$ si $n < 0$ et $n \neq -1$	$]-\infty; 0[$ ou $]0; +\infty[$	$]0; +\infty[$

$f(x)$	sin(x)	cos(x)	$\sin(\omega t + \varphi)$	$\cos(\omega t + \varphi)$
$F(x)$	–cos(x) + c	sin(x) + c	$-\frac{1}{\omega}\cos(\omega t + \varphi)$ +c	$\frac{1}{\omega}\sin(\omega t + \varphi)$ +c
Intervalle de validité	***R***	***R***	***R***	***R***

p.106 : 82, 84, 85, 87, 90, 91, 93, 94	p.89 : ER2, ER3 ; p.106 : 77 à 81

PRIMITIVES

Théorèmes.

Soit u et v deux fonctions définies et continues sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, k un réel, U une primitive de u, V une primitive de v sur I

$f(x)$	ku	$u+v$
$F(x)$	kU + c	$U + V$ + c

Soit n un entier relatif non nul tel que $n \neq -1$ et u une fonction dérivable sur I

$f(x)$	$u'u^n$	$\frac{u'}{u^2}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$F(x)$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}$ + c	$-\frac{1}{u}$ + c	$\sqrt{u}$ + c

p.106 : 98, 99, 102, 105, 107, 109	p.90 : ER4 ; p.106 : 95, 96, 100, 106, 108

Equations du mouvement

Soit un point M se déplaçant le long d'un axe *Ox.*
On dit que le mouvement du point M est uniformément accéléré ou retardé, si à l'instant t (en secondes) l'abscisse du point M (en mètres) dans un repère (O, $\vec{i}$) de l'axe *Ox* est : $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$.

Dans ce cas, $x'(t) = v_0 + \gamma t$ est la vitesse instantanée à l'instant t (en m.s^{-1})
$x''(t) = \gamma$ est l'accélération (en m.s^{-2})qui est constante.
Si $\gamma > 0$ le mouvement est accéléré, si $\gamma < 0$ le mouvement est retardé.

p.107 : 111, 113	p.107 : 112

Problèmes :

p.110 : 117 ; p.104 : 61	DM : p.110 : 118