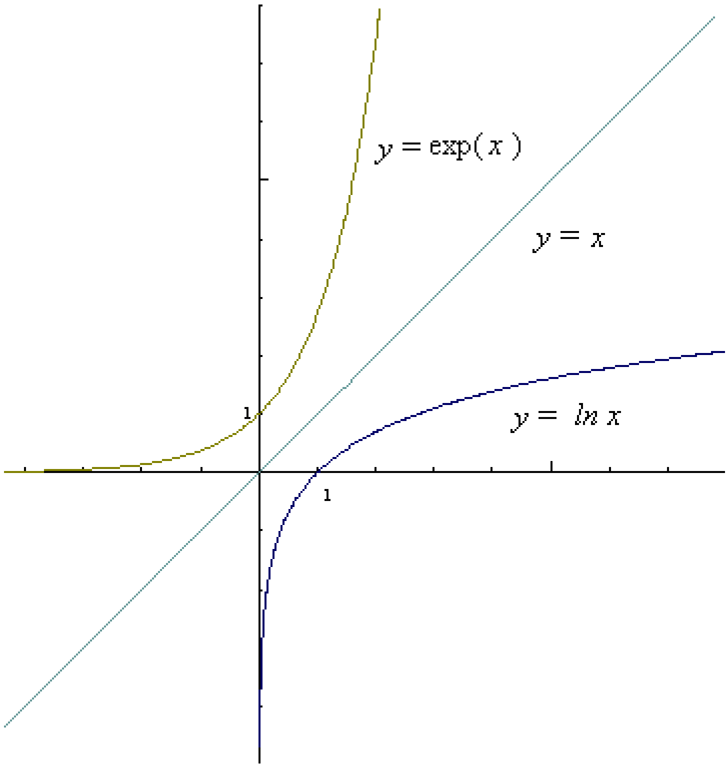
FONCTION EXPONENTIELLE

Définition.

La fonction ln: $x \mapsto \ln x$ est une fonction strictement croissante sur] 0; $+\infty$[, elle admet donc une fonction réciproque définie sur $\mathbb{R}$ à valeurs dans] 0; $+\infty$[.
La fonction réciproque de la fonction logarithme népérien est la fonction exponentielle : exp : $x \mapsto e^x$.

Conséquences de la définition.

La courbe représentative de la fonction exponentielle est la symétrique de la courbe représentative de la fonction logarithme népérien par rapport à la droite d'équation $y = x$.



Propriétés algébriques.

- Pour tout réel x on écrit : exp(x) = e^x
- Pour tout réel x , $e^x > 0$
- Pour tout réel $x > 0$, $e^{\ln x} = x$ et pour tout réel x , $\ln e^x = x$
- Pour tout réel $x > 0$ et pour tout réel y , : $y = \ln x$ si et seulement si $x = e^y$.
- Pour tous réels x et y : $e^{x+y} = e^x \times e^y$
- Pour tout réel x : $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$
- Pour tous réel x et y : $e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$
- Pour tout réel x et pour tout entier naturel n : $(e^x)^n = e^{nx}$

p.150 : 3, 5	p.150 : 1, 2, 4, 6

EQUATIONS INEQUATIONS

Equation $e^x = m$. La fonction exponentielle étant strictement croissante sur ***R***, pour chaque nombre réel m, l'équation $e^x = m$ admet une solution unique dans ***R*** : $\ln m$

Inéquation $e^x < m$. La fonction exponentielle étant strictement croissante sur ***R***, l'inéquation : $e^x < m$ équivaut à $x < \ln m$ (idem avec $>$; $\leq$; $\geq$)

Equation $e^a = e^b$. La fonction exponentielle étant strictement croissante sur ***R***, l'équation $e^a = e^b$ équivaut à $a = b$.

Inéquation $e^a < e^b$. La fonction exponentielle étant strictement croissante sur ***R***, l'inéquation $e^a < e^b$ équivaut à $a < b$. (idem avec $>$; $\leq$; $\geq$)

p.150 : 7, 8, 10, 12, 13, 14, 16	p.151 : 9, 15

Etude de la fonction .

$$\exp : \mathbf{R} \to]0; +\infty[$$
$$x \mapsto e^x$$

La fonction exponentielle est définie sur ***R***.

$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$; $\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$; la droite d'équation $y = 0$ est asymptote à la courbe en $-\infty$

Fonction dérivée :
La fonction exp est dérivable sur ***R*** et $(\exp)'(x) = \exp(x)$,
La fonction exp est strictement croissante sur ***R***

Une primitive de la fonction exponentielle est une fonction définie par $f(x) = e^x + c$, avec c réel

Limites à connaître: Pour tout entier naturel n: $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$; $\lim_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$

p.152 : 19 à 22, 33, 34, 35	p.151 : 17, 18, 29, 30, 31

FONCTION EXPONENTIELLE

Fonctions de la forme e^{u}

Limites.

Soit u une fonction définie sur un intervalle I de $\boldsymbol{R}$.
a peut être soit un réel , soit $+\infty$ soit $-\infty$

Si $\lim\limits_{x\to a} u(x) = b$ (b réel) alors $\lim\limits_{x\to a} e^{u(x)} = e^{b}$

Si $\lim\limits_{x\to a} u(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{x\to a} e^{u(x)} = +\infty$

Si $\lim\limits_{x\to a} u(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x\to a} e^{u(x)} = 0$

p.152 : 24, 25, 26, 28	p.152 : 23

Dérivée.

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I, la fonction e^{u} est dérivable sur I et on a (e^{u})’ = u’ e^{u} .

p.152 : 36, 38 (sauf f), 39	p.152 : 32

Primitives.

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I, une primitive sur I de la fonction $x \mapsto u'(x)e^{u(x)}$ est la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$.

p.153 : 41, 45 à 49	p.153 : 40, 42 à 44

Fonction exponentielle de base 10.

La fonction exponentielle de base 10 est la fonction définie sur $\boldsymbol{R}$ par : $x \mapsto e^{x\ln 10} = 10^{x}$
Résolution d’équation : $\log x = k \Leftrightarrow x = 10^{k}$

p.156 : 59	p.156 : 58

Problèmes.

p.154 : 51, 53, 57 ; p.161 : 74, 75	p.154 : 50 DM : 52 p.154 ; 77 p.163 ; 81 p.165