

Primitives d'une fonction sur un intervalle.

Soit f et F deux fonctions définies sur un intervalle I . Dire que F est une primitive de f sur I signifie que F est dérivable sur I et que, pour tout x de I , $F'(x) = f(x)$.

Exemple : Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par : $f(x) = 3x^2 - 10x + 7$.

La fonction F définie sur \mathbf{R} par : $F(x) = x^3 - 5x^2 + 7x + 9$ est une primitive de f sur \mathbf{R} car, pour tout x de \mathbf{R} , $F'(x) = f(x)$.

Toute fonction définie et continue sur un intervalle I admet sur cet intervalle une infinité de primitives qui diffèrent d'une constante.

Exemple : la fonction G définie sur \mathbf{R} par $G(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - \sqrt{2}$ est aussi une primitive de f sur \mathbf{R} .

Si une fonction f admet une primitive sur un intervalle I , il existe une primitive et une seule de f sur I qui prend une valeur donnée en un point donné de I .

Primitives usuelles.

(k est un réel , n un entier relatif non nul et différent de -1)

$f(x)$	k	x^n	$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$F(x)$	$kx + c$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	$-\frac{1}{x} + c$	$\sqrt{x} + c$
Intervalle de validité	\mathbf{R}	\mathbf{R} si $n > 0$] $-\infty; 0$ [ou] $0; +\infty$ [si $n < 0$ et $n \neq -1$] $-\infty; 0$ [ou] $0; +\infty$ [] $0; +\infty$ [

$f(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\sin(\omega t + \varphi)$	$\cos(\omega t + \varphi)$
$F(x)$	$-\cos(x) + c$	$\sin(x) + c$	$-\frac{1}{\omega} \cos(\omega t + \varphi) + c$	$\frac{1}{\omega} \sin(\omega t + \varphi) + c$
Intervalle de validité	\mathbf{R}	\mathbf{R}	\mathbf{R}	\mathbf{R}

Théorèmes.

Soit u et v deux fonctions définies et continues sur un intervalle I de \mathbf{R} , k un réel, U une primitive de u , V une primitive de v sur I

$f(x)$	ku	$u+v$
$F(x)$	$kU+c$	$U+V+c$

Soit n un entier relatif non nul tel que $n \neq -1$ et u une fonction dérivable sur I

$f(x)$	$u'u^n$	$\frac{u'}{u^2}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$F(x)$	$\frac{u^{n+1}}{n+1} + c$	$-\frac{1}{u} + c$	$\sqrt{u} + c$

p.91 : 75 à 80, 83, 84, 91, 92, 95, 98, 100, 102

p.76 : ER4 ;

p.75 : ER2, ER3 ;

p.90 : 70 à 74, 81, 82, 88, 89, 93, 97, 99, 101

Exercices et problèmes.

p.89 : 55 ; p.93 : 105

p.82 ; p.92 : 103, 104

DM : 57 p.89, p.94 : 106