FONCTIONS PUISSANCES

Définition

Soit α un nombre réel positif, on appelle fonction puissance α la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par :

$f_\alpha(x) = x^\alpha = e^{\alpha \ln x}$

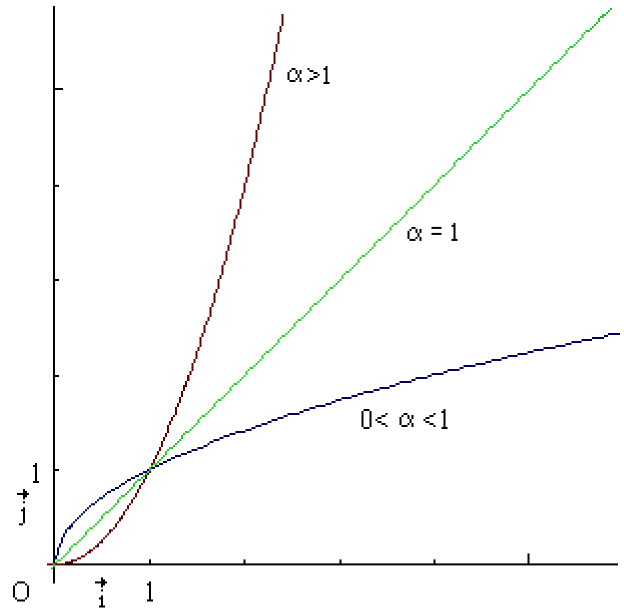
Cas particulier.

Lorsque α est un entier positif, on obtient une fonction polynôme dont le domaine est ***R***

Dérivée et sens de variation.

Cette fonction est dérivable sur $]0;+\infty[$ et, et pour tout $x>0$, $f'_\alpha(x) = \alpha x^{\alpha-1}$

Représentation graphique.



Résolution d'équations de la forme $x^\alpha = k$ avec $\alpha > 0$ et $k > 0$.

On résout $e^{\alpha \ln x} = k$, comme une équation exponentielle

p.156 : 60	

Croissances comparées.

n est un entier naturel non nul

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{e^x} = 0 \qquad \lim_{x\to 0} x^n \ln x = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$$

Exercice .

Calculer les limites suivantes.

$$\lim_{x\to+\infty} x^{-3}\ln x \ ; \qquad \lim_{x\to+\infty} x^2 - \ln x^5 ; \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^3} \ ;$$