Généralités sur les suites.

Définition .

Une suite numérique est une fonction de $\boldsymbol{N}$ ou d'une partie de $\boldsymbol{N}$ dans $\boldsymbol{R}$ $\quad u : \boldsymbol{N} \to \boldsymbol{R}$

$n \mapsto u(n)$

Le réel $u(n)$ se note u_n et est appelé terme générale de la suite ou terme d'indice n.
On note aussi la suite u par (u_n) ou $(u_n)_{n \in \boldsymbol{N}}$.

Nous allons nous intéresser à deux types de suites:

- Suites définies par la donnée explicite de leurs termes: pour tout n de $\boldsymbol{N}$ on a $u_n = f(n)$

Exercice 1:

$u_n = 2n - 3$ pour tout naturel n .
Calculer u_1 , u_3 , u_7 , u_{10}.

- Suites définies par récurrence:

Dire que la suite u est définie par récurrence signifie que le premier terme u_0 de la suite est donné, et que l'on a pour tout naturel n: $u_{n+1} = f(u_n)$

Exercice 2:

$u_n = 5u_{n-1} - 2$ pour tout naturel $n > 0$, et $u_0 = 3$.
Calculer u_1 , u_3 , u_7 , u_{10}.

Suite géométrique.

Dire que la suite (u_n) est géométrique signifie qu'il existe un réel q appelé raison de la suite tel que pour tout naturel n : $u_{n+1} = q\, u_n$.

Détermination d'un terme quelconque.

Quels que soient les naturels m et p, $u_m = u_p\, q^{(m-p)}$.

Somme des termes consécutifs d'un suite géométrique.

Lorsque $q \neq 1$: $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} q^i = 1 + q + \ldots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Soit une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q :

$$\sum_{i=0}^{n} u_i = u_0 + u_0 \times q + \ldots + u_0 \times q^n = u_0 \times (1 + q + \ldots + q^n) = u_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Si le premier terme n'est pas u_0 , $u_p + u_p \times q + \ldots + u_p \times q^n = u_p \times (1 + q + \ldots + q^n) = u_p \times \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Ce que l'on peut aussi écrire sous la forme : $u_p \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{u_p - u_p \times q^{n+1}}{1-q} = \frac{u_p - u_p \times q^n \times q}{1-q}$

$u_p \times q^n$ est le dernier terme de la somme, notons le u_d .

La somme des termes consécutifs d'une suite géométrique, du premier u_p au dernier u_d peut dons s'écrire $\frac{u_p - u_d \times q}{1-q}$

Augmentation et diminution de *t* %

Lorsqu'une quantité augmente de t %, on peut définir une suite géométrique de raison $1+\frac{t}{100}$

En effet : $u_{n+1} = u_n + \frac{t}{100} u_n = \left(1+\frac{t}{100}\right) \times u_n$

Lorsqu'une quantité diminue de t %, on peut définir une suite géométrique de raison $1-\frac{t}{100}$

En effet : $u_{n+1} = u_n - \frac{t}{100} u_n = \left(1-\frac{t}{100}\right) \times u_n$

p.19 : 3, 5, 6, 7, 8, 11, 14, 19, 23, 27	p.10 : ER1 ; p.19 : 1, 4, 9, 12, 15, 17, 24, 25

Limite de q^n

Lorsque $q > 1$ $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = +\infty$

Lorsque $q = 1$ $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 1$

Lorsque $0 < q < 1$ $\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$

Limite d'une suite géométrique

Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme u_0 non nul et de raison q :

Lorsque $q > 1$ et $u_0 > 0$: $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$

Lorsque $q > 1$ et $u_0 < 0$: $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$

Lorsque $q = 1$ la suite est constante et $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = u_0$

Lorsque $0 < q < 1$ $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$

p.24 : 29, 30	p.24 : 28

Logiciels et algorithmique

p.14 : TP1, TP2	p.16, p.18 ; p.24 : 31, 32

Exercices et problèmes.

p.28 : 45, 49, 51	p.29 : 48, 50 DM : 52 p.30